

MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

Exercice I



 $28 = 4 \times 7 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7 \Rightarrow \text{Réponse C}.$



Réduire une valeur de 20% revient à n'en conserver que 80% (car 100 - 20 = 80).

$$58 \times \frac{80}{100} = 46.4 \text{ euros} \Rightarrow \text{Réponse B}.$$



Le triangle ABC est rectangle en A. Donc :

$$tan(15^{\circ}) = \frac{AC}{BA}$$

$$\Leftrightarrow AC = BA \times tan(15^{\circ})$$

$$= 25 \times tan(15^{\circ})$$

$$\approx 6.7 \text{ m (au dixième près)}.$$

⇒ Réponse B.



Par ordre croissant, la série 2; 5; 3; 12; 8; 6 s'écrit : 2; 3; 5; 6; 8; 12. Comme il y a 6 termes dans cette serie, sa médiane est entre le troisieme et quatrieme terme, c'est-à-dire entre 5 et 6.

Cette médiane vaut donc : $(5 + 6) \div 2 = 11 \div 2 = 5.5 \Rightarrow$ Réponse A.



Le carré A est deux fois plus grand que le carré B. Le centre de l'homothétie n'étant pas précisé dans l'énoncé, le rapport d'homothétie peut être égal à +0.5 ou $-0.5 \Rightarrow$ Réponses A ou B.

Exercice II



Avec 1 comme chiffre de départ, le programme donne :

$$1 \rightarrow 1^2 = 1 \rightarrow 1 + (3 \times 1) = 1 + 3 = 4 \rightarrow 4 + 2 = 6$$

Le résultat final est donc 6.



Avec -5 comme chiffre de départ, le programme donne :

$$-5 \rightarrow (-5)^2 = 25 \rightarrow 25 + (3 \times (-5)) = 25 + (-15)$$

= 25 - 15 = 10 \rightarrow 10 + 2 = 12

Le résultat final est donc 12.



MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

3

Avec x comme chiffre de départ, le programme donne :

$$x \to x^2 \to x^2 + (3 \times x) = x^2 + 3x \to (x^2 + 3x) + 2$$

= $x^2 + 3x + 2$

Le résultat final est donc $x^2 + 3x + 2$.

4

Pour montrer que ce résultat $(x^2 + 3x + 2)$ peut aussi s'écrire sous la forme (x + 2)(x + 1), il faut appliquer la loi de distributivité vu en cours :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Ainsi:

$$(x + 2)(x + 1) = x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

5

a. En se basant sur la question 4, la formule à écrire dans la cellule B2, avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 est :

$$B2=(B1 + 2)*(B1 + 1)$$

b. Pour trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat, il faut résoudre l'équation :

(x + 2)(x + 1) = 0 - Cela correspond à un produit nul.

D'après le cours, un produit est nul, si au moins l'un de ses facteurs est nul. Ainsi :

- soit : $x + 2 = 0 \iff x = -2$ (soustraire 2 à droite et à gauche);
- soit : $x + 1 = 0 \iff x = -1$ (soustraire 1 à droite et à gauche).

(-2) et (-1) sont donc les deux valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

Exercice III

PARTIE I

1

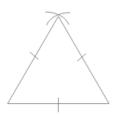
Pour x = 2, $4x + 1 = (4 \times 2) + 1 = 8 + 1 = 9$ cm. Pour construire un triangle équilatéral de 9 cm de côté, il faut :

- tracer un premier côté correspondant à la base du triangle;
- prendre un compas et lui donner un écartement égal à la mesure de la base;
- poser la pointe du compas sur l'une des extrémités de la base et faire un arc de cercle vers l'endroit où devrait se trouver le sommet opposé à la base;
- répéter la même opération à l'autre extrémité de la base (en s'assurant que les deux arcs de cercle se coupent);
- tracer les deux côtés manquants qui se rejoignent à l'intersection des arcs de cercle.



MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

Cela donne la figure ci-dessous :



2

a.

- La longueur *L* du rectangle est égale à 4*x* + 1.5 (voir la figure);
- la largeur / du rectangle est égale à 2x (voir la figure);
- d'après le cours, le périmètre P_R d'un rectangle est égale à :

$$P_R = 2L + 2I$$

= $2 \times (4x + 1.5) + (2 \times 2x)$
= $(8x + 3) + 4x = 8x + 3 + 4x$
= $12x + 3$

b. Pour trouver la valeur de x pour laquelle le périmètre du rectangle est-il égal à 18 cm, il faut résoudre l'équation :

$$12x + 3 = 18$$

 \Leftrightarrow 12x + 3 - 3 = 18 - 3 (Soustraire 3 à droite et à gauche)

$$\Leftrightarrow$$
 12 x = 15

$$\iff 12x \div 3 = 15 \div 3$$
(Diviser par 3 à droite et à gauche)
$$\iff 4x = 5$$

$$\iff 4x \div 4 = 5 \div 4$$
(Diviser par 4 à droite et à gauche)

 $\Leftrightarrow x = 1.25 \text{ cm}$

3

- La longueur C d'un côté du triangle vaut 4x + 1 (voir la figure);
- d'après le cours, le périmètre P_{τ} du triangle équilatéral est égale à :

$$P_{\tau} = 3C$$

= $3 \times (4x + 1.5)$
= $12x + 3$

Ainsi, pour toutes les valeurs de x, $P_T = P_R = 12x + 3$. L'affirmation est donc vraie.

PARTIE II



Le Script 1 correspond au traçage du rectangle. Cela est visible à :

- sa cinquième ligne "avancer de 4*réponse + 1,5" qui correspond à la longueur du rectangle 4x + 1.5
- sa septieme ligne "avancer de 2*réponse" qui correspond à la largeur du rectangle 2x.



MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

Par déduction, le Script 2 correspond au traçage du triangle.

Ainsi:

- A = 2 (car il faut répéter deux fois l'opération pour tracer les 2 longueurs et les 2 largeurs du rectangle);
- B = 90 (car les angles droits du rectangle ont une valeur de 90°);
- C = 3 (car il faut répéter 3 fois l'opération pour tracer les 3 côtés du triangle);
- D = 120 (car le triangle est équilatéral. Chaque angle à sa base faut donc 60°. Mais, il faut que le curseur tourne de 120° - angle supplémentaire - pour être dans le bon alignement du traçage).

a. Sur un total de 45 chaussures, 20 sont noires. La probabilité P_{CNA} de choisir un modèle de couleur noire (dans le magasin A) est donc de :

$$P_{CNA} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$$

Note : le résultat reste sous la forme de fraction car l'énoncé n'indique pas comment arrondir le résultat.

b. Sur un total de 45 chaussures, 18 sont pour le sport. La probabilité $P_{\rm CS}$ de choisir un modèle pour le sport est donc de :

$$P_{CS} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$$

marrons et pour la ville est donc de :

d. Sur un total de 45 chaussures, 5 sont marrons et pour le ville. La probabilité $P_{\scriptscriptstyle {\it CVM}}$ de choisir un modèle



 $P_{CVM} = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}$



Dans le magasin B, sur un total de 54 chaussures, 30 sont noires. La probabilité P_{CNB} de choisir un modèle de couleur noire (dans le magasin B) est donc de :

$$P_{CNB} = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}$$

Exercice IV



Le tableau 1 peut être complété comme suit :

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45



MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

Or, comme vu dans la question 1, la probabilité $P_{\it CNA}$ de choisir un modèle de couleur noire (dans le magasin A) est égale :

$$P_{CNA} = \frac{4}{9}$$

 $P_{\text{CNB}} > P_{\text{CNA}}$ donc il y a plus de chances d'obtenir un modèle de couleur noire dans la vitrine du magasin B que dans celle du magasin A.

Exercice V



$$\frac{OB}{OC} = \frac{27}{48} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{OA}{OD} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

Donc
$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD}$$

D'après la réciproque du Théorème de Thalès, comme :

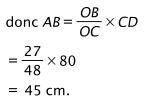
$$\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD}$$

les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Comme, les droites (AB) et (CD) sont parallèles, d'après le Théorème de Thalès :

$$\frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$$





Comme le triangle ACD est rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 + CD^2 = AD^2$$

$$\Leftrightarrow$$
 AC² + CD² - CD² = AD² - CD²
(Soustraire CD² à droite et à gauche)

$$\iff$$
 AC² = AD² - CD²

$$\iff$$
 AC² = 100² -80² = 10 000 - 6400

$$\Leftrightarrow$$
 AC² = 3600
 \Leftrightarrow AC = $\sqrt{3600}$ = 60 cm.

Le meuble est composé de 4 étages (de hauteur AC) et de 5 plateaux de 2 cm d'épaisseur.

Le meuble mesure donc $(60 \times 4) + (5 \times 2) = 250$ cm de hauteur.

Exercice VI



Le graphique ne traduit pas une situation de proportionnalité car la courbe représentant la distance parcourue en km en fonction du temps n'est pas pas une droite.



MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

2

- a. La durée totale de la randonnée est de 7h (car le point le plus à droite de la courbe a pour abscisse 7).
- b. La famille a parcouru au total une distance de 20 km (car le point le plus à droite de la courbe a pour ordonnée 20).
- c. Le point d'abscisse 6 a pour ordonnée 18 donc la distance parcourue au bout de 6 h de marche est de 18 km.
- d. Le point d'ordonnée 8 a pour abscisse de 3 donc la famille a parcouru les 8 premiers km au bout de 3 heures.
- e. Entre la 4e et la 5e heure de randonnée, la distance parcourue ne change pas et est égale à 15 km. La famille s'est donc arrêtée, entre la 4e et 5e heure de randonnée.



Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h. En 7 heures, il parcourt donc 7 × 4 = 28 km.

Or la famille n'a parcouru que 20 km en 7 heures. Elle n'est donc pas expérimentée.

Exercice VII

Coût électrique C_{Flec}

il y a :

- 30 jours en Juin;
- 31 jours en Juillet;
- 31 jours en Août et
- 30 jours en Septembre.

Soit 30 + 31 +31 +30 = 122 jours de Juin à Septembre.

Le coût électrique C_{Elec} est donc :

C_{Elec} = Nombre de jour × Consommation électrique moyenne de la pompe par jour en kWh × Prix d'un kWh

 C_{Elec} = 122 × 3.42 × 0.15 = 62.586 euros

• Coût lié à l'achat CA

Le coût lié à l'achat C_A est de 80 euros (voir Document 1 - Prix (piscine + pompe) : 80)

• Coût lié à l'eau C_{Fau}

Dans le piscine, l'eau forme un cylindre de 0.65 m de hauteur (65 cm) et 1.3 m de rayon (130 cm - le diamètre d 260 cm de la piscine est divisé par deux pour avoir le rayon).

Le volume d'eau V_{Eau} dans la piscine est donc égale à :

$$V_{Eau} = \pi \times r^2 \times h$$

= $\pi \times 1.3^2 \times 0.65$
= $\pi \times 1.69 \times 0.65$
= $\pi \times 1.0985$
 $\approx 3.45 \text{ m}^3$

Le coût lié à l'eau C_{Eau} est égale à :

$$C_{Eau} = V_{Eau} \times \text{Prix d'un m}^3 \text{ d'eau}$$

 $C_{Eau} = 3.45 \times 2.03 = 7.0035 \text{ euros}.$

Coût Total C_{Total}

Le coût total C_{Total} de l'installation de la piscine de Juin à Septembre est égale à :

$$C_{Total} = C_{Flec} + C_A + C_{Fau}$$



MATHÉMATIQUES • CENTRES ÉTRANGERS • 2019

 C_{Total} = 62.586 + 80 + 7.0035

 $C_{Total} \approx 149.59 \text{ euros}.$

La famille ayant un budget de 200 euros, le budget de cette famille est donc suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement de Juin à Septembre.

Corrigé du sujet du brevet de mathématiques de Centres Étrangers 2019

© Tous droits réservés à Educobac.com

••• 7 •