CORRIGÉ DU BREVET

Exercice I

1

- Le Programme de Nina donne avec 1 :
  $1 \rightarrow 1 - 1 = 0 \rightarrow 0 \times (-2) = 0 \rightarrow 0 + 2 = 2$
- Le Programme de Claire donne avec 1 :
  - $1 \rightarrow 1 \times (-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2}) \rightarrow (-\frac{1}{2}) + 1 = \frac{1}{2}$
- $4 \times \frac{1}{2} = 2$.

Ainsi, si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtient un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.

2

Le Programme de Nina donne avec x :

$x \rightarrow x - 1 \rightarrow (x - 1) \times (-2) = --2x + 2$
$\rightarrow (-2x + 2) + 2 = -2x + 4$

Trouver le nombre de départ que Nina doit choisir pour obtenir 0 à la fin revient donc à résoudre l'équation :

$$-2x + 4 = 0$$

$$\Longleftrightarrow -2x + 4 - 4 = 0 - 4$$
(soustraire 4 à droite et à gauche)

$$\Longleftrightarrow -2x = -4$$

$$\Longleftrightarrow -2x \div (-2) = -4 \div (-2)$$
(diviser par (-2) à droite et à gauche)

$$\Longleftrightarrow x = 2$$

Nina doit donc partir de 2 pour obtenir 0 comme résultat.

3

- Le Programme de Nina donne avec x : $-2x + 4$ (voir la question précédente);
- Le Programme de Claire donne avec x :
$x \rightarrow x \times (-\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})x \rightarrow (-\frac{1}{2})x + 1$.

Or : $4 \times ((-\frac{1}{2})x + 1) = -2x + 4$. Ainsi, l'affirmation de Nina est vraie.

Exercice II

1

Diminuer de 21% les émissions de gaz de l'Union Européenne de 1990 revient à n'en garder que 79% (car 100 - 21 = 79).

$$5680.9 \times \frac{79}{100} = 4487.911 \text{ millions de tonnes.}$$

Ainsi, la quantité de gaz à effet de serre émise en 2013 par l'Union Européenne est égale à 4487.9 millions de tonnes (à 0,1 million de tonnes équivalent CO2 près).

2

Diminuer de $\frac{2}{5}$ les émissions de gaz à effet de serre de 1990 revient à n'en garder que $\frac{3}{5}$

$\left(\text{car } 1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}\right)$.

$$549.4 \times \frac{3}{5} = 329.64 \text{ millions de tonnes.}$$

Diminuer de $\frac{1}{3}$ les emissions de gaz à effet de serre de 2013 revient à n'en garder que $\frac{2}{3}$ $\left(\text{car } 1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\right)$.

$490.2 \times \frac{2}{3} = 326.8$ millions de tonnes.

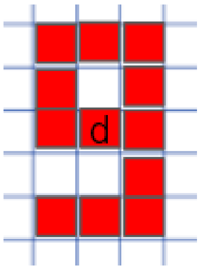
L'affirmation est donc vraie à 3 tonnes près.

Exercice III

1

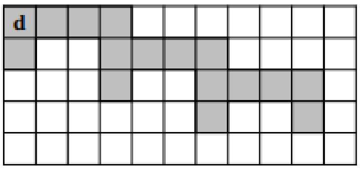
Le programme est : *1W 2N 2E 4S 2W.*
Le robot va donc :
- avancer de 1 case vers l'ouest;
- monter de 2 cases vers le nord;
- avancer de 2 cases vers l'est;
- descendre de 4 cases vers le sud et
- avancer de 2 cases vers l'ouest.

Le motif obtenu est donc le suivant :

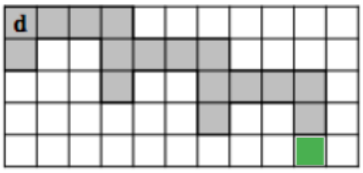


2

a. Le **programme 2** - *3(1S 1N 3E 1S)* - permet d'obtenir le motif demandé :

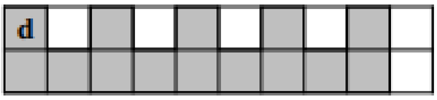


b. Le **programme 1** - *1S 3(1N 3E 2S)* - ne marche pas car il remplit une case de trop (voir la case mise en vert ci-dessous) :



3

Afin d'obtenir le motif ci-dessous, la réécriture du programme 3 doit être : *4(1S 2E 1N)*



Exercice IV

Le rayon r_1 du cylindre extérieur est égale à son diamètre divisé par deux :
$r_1 = 101 \div 2 = 50.5$ cm.

Le rayon r_2 du cylindre intérieur est égale à son diamètre divisé par deux :
$r_2 = 90 \div 2 = 45$ cm.

Le volume V_1 du cylindre extérieur est égale à :
$V_1 = \pi \times r_1 \times r_1 \times$ hauteur
$= \pi \times 50.5 \times 50.5 \times 50$
$= 127\ 512{,}5\pi$ cm^3

Le volume V_2 du cylindre intérieur est égale à :
$V_2 = \pi \times r_2 \times r_2 \times$ hauteur
$= \pi \times 45 \times 45 \times 50$
$= 101\ 250\pi$ cm^3

Le volume V_B d'un cylindre en béton est égale à :
$V_B = V_1 - V_2$

$= 127\ 512{,}5\pi - 101\ 250\pi$

$= 26\ 262.5\pi$ cm^3

$= 0.0262655\pi$ m^3 (car 1 m^3 = 1000 000 cm^3)

≈ 0.08 m^3.

La masse M_B d'un cylindre de béton est égale à :

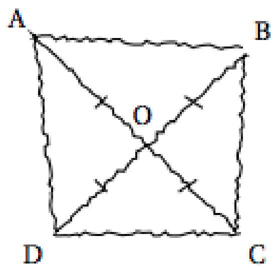
$M_B = V_B \times \rho_B$
$= 0.08 \times 2400$
$= 192$ kg.
où ρ_B est la masse volumique du béton : 2 400 kg/m^3.

$500 \div 192 \approx 2.6$ donc Madame Martin peut mettre au maximum 2 cylindres en béton par trajet.

Comme il lui faut 5 cylindres en béton, elle doit faire au minimum 2 allers-retours pour les transporter (en fait, elle fera 3 allers et 2 retours : 1 aller et 1 retour pour transporter les 2 premiers cylindres, 1 aller et 1 retour pour transport les 2 autres cylindres et 1 aller simple pour transporter le cinquième cylindre).

Exercice V

1



[AC] et [BD] sont les diagonales du quadrilatère $ABCD$.

D'après la figure, $AO = OC = BO = OD$. Ainsi :

- $AC = BD$ (car $AC = AO + OC$ et $BD = BO + OD$);
- O est le milieu de [AC] et de [BD] (car $AO = OC$ et $BO = OD$).

Or, d'après le cours, les diagonales d'un parallélogrammes sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

Ainsi, $ABCD$ est un parallélogramme.

2

D'après le cours, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires. Ainsi, si $ABCD$ est un carré, $[AC]$ et $[BD]$ doivent être perpendiculaires et AOB doit donc être un triangle rectangle.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, si $AB^2 = OA^2 + OB^2$ alors AOB est un triangle rectangle.

Or :
- $AB^2 = 5^2 = 25$
- $OA^2 + OB^2 = OA^2 + OA^2$ car $OA = OB$
  $= 2\ OA^2$
  $= 2 \times 3.5^2$
  $= 2 \times 12.25$
  $= 24.5$

Ainsi, comme $AB^2 \neq OA^2 + OB^2$:
- AOB n'est pas un triangle rectangle;
- les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ne sont pas perpendiculaires et
- $ABCD$ n'est pas un carré.

Exercice VI

1

Le Nombre de voitures « diesel ou essence » (en milliers) = Nombre de voitures *diesel* (en milliers) + Nombres de voitures *essence* (en milliers) = 19 741 + 11 984 = 31 725 milliers de voitures.

Il y avait donc bien 31 725 000 (= 31 725 × 1000) voitures « diesel ou essence » en circulation en France en 2014.

2

Pour trouver, en pourcentage, la proportion de voitures *essence* parmi les voitures « diesel ou essence », il faut faire l'opération :

$$\frac{\text{Nombre de voitures } \textit{essence}}{\text{Nombre de voitures } \textit{essence ou diesel}} \times 100$$
$$= \frac{19\,741}{31\,725} \times 100$$
$$\approx 62\%\ \text{(à l'unité près).}$$

3

a. Hugo a roulé 103 824 km en 7 ans. Il a donc roulé en moyenne 103 824 ÷ 7 = 14 832 km par an. Ce nombre étant proche des 15 430 km par an roulés en moyenne par les conducteurs de voitures *diesel*, le présentateur pense donc que Hugo a un véhicule *diesel*.

b. Il est possible que la voiture de Hugo soit un véhicule *essence* car les nombres présentés dans la colonne droite du tableau sont des moyennes.

La moyenne d'une valeur n'est pas liée à l'étendue de cette valeur. Hugo peut donc avoir roulé moins ou plus de 8 344 km par an.

Exercice VII

1

D'après le cours, la représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Or :

- C_2 est une droite et
- *f* est une fonction affine (car elle associe au nombre x le nombre $ax + b$, avec ici $a = -2$ et $b = 8$)

Ainsi, C_2 correspond à la représentation graphique de *f*.

2

Pour $x = 3$, une lecture graphique de C_2 donne $y = 2$ donc $f(3) = 2$. Le même résultat peut être trouvé par le calcul avec $f(3) = (-2) \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$.

3

Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction *f*, revient à résoudre l'équation :

$$6 = -2x + 8$$

$$\iff 6 - 8 = -2x + 8 - 8$$
(soustraire 8 à droite et à gauche)

$$\iff -2 = -2x$$

$$\iff (-1) \times (-2) = (-1) \times -2x$$
(multiplier par (-1) à droite et à gauche)

$$\iff 2 = 2x$$

$$\iff 2 \div 2 = 2x \div 2$$
(diviser par 2 à droite et à gauche)

$$\iff 1 = x$$

Ainsi 1 est le nombre qui a pour image 6 par la fonction *f*.

4 .

La formule B2:=(-2*B1)+8 (tirée de $f(x) = -2x + 8$) peut être saisie dans la cellule B2, avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule G2.