CORRIGÉ DU BREVET

MATHÉMATIQUES • ANTILLES / GUYANE • 2019

Exercice I

1

Les 6 nombres figurants sur le deuxième dé sont 1, 3, 5, 7, 9 et 11.

Les 6 nombres figurants sur le troisième dé sont 2, 3, 5, 7, 11 et 13.

2

Comme $\sqrt{25}$ = 5, le nombre lu sur le dé que Zoé a lancé est 5.

Pour que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé, il doit donc obtenir un nombre supérieur à 5. Sur le premier dé, cela correspond à 6, 8, 10 et 12 donc à 4 chiffres sur les 6 résultats possibles. La probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé est donc de $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

3

a. De tous les nombres et chiffres présents sur les 3 dés, seul 5 peut diviser 525. En effet :
525 = 5 × 105.

De même, de tous les nombres et chiffres présents sur les 3 dés, seul 5 peut diviser 105. En effet :
105 = 5 × 21.

21 est uniquement dans les tables de multiplications de 3 et de 7.

Ainsi : 525 = 7 × 5 × 5 × 3

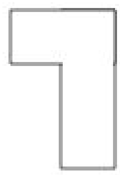
Il est donc possible de déterminer qu'en lançant 4 fois son dé, Mohamed a obtenu les chiffres 3, 7 et deux fois le chiffre 5. Par contre, la multiplication étant commutative, il n'est possible de savoir dans quel ordre ces chiffres sont apparus.

b. Les chiffres 3, 5 et 7 pouvant provenir du deuxieme ou troisieme dé, il est impossible de déterminer quel est le dé choisi par Mohamed

Exercice II

1

Le motif obtenu par Mathieu est le suivant :

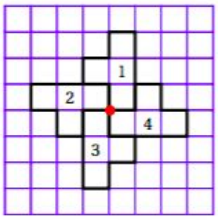


2

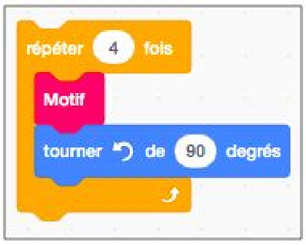
Élise a le script permettant d'obtenir le motif souhaité (pour etre sur de cette réponse, l'élève peut tester le script d'Élise sur https://scratch.mit.edu/).

3

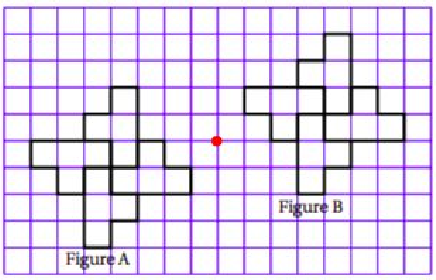
a. Pour passer de la figure 1 à 2, 2 à 3 et 3 à 4, il suffit de faire une rotation de 90^{o}, dans le sens inverse aux aiguilles d'une montre, à partir du point commun au quatre figures (voir point en rouge ci-dessus).



b. Pour obtenir la figure voulue, il faut écrire à partir de la ligne 7, le script suivant :



c. Le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en figure B est représenté par le point rouge ci-dessous :



Exercice III

1

a. Soit x le nombre de décès sur l'ensemble des routes en France en 2016. Comme 1911 personnes représente environ 55 % des décès sur l'ensemble des routes en France, l'égalité suivante peut être écrite :

$$\frac{55}{100} = \frac{1911}{x}$$

$$\Leftrightarrow x \times \frac{55}{100} = 1911$$

$$\Leftrightarrow x = 1911 \times \frac{100}{55} \approx 3475 \text{ personnes.}$$

b. 400 vies auraient été sauvées sur les 3 475 décès prévus. Le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait donc baissé de :

$\frac{400}{3475} \times 100 \approx 11.5\%$ (au dixième près).

2

a. La moyenne des vitesses des automobilistes contrôlés qui ont dépassé la vitesse maximale autorisée est égale à :

$$\frac{82 + 7 \times 86 + 4 \times 90 + 3 \times 91 + 6 \times 97}{1+7+4+3+6}$$

$$\frac{82+602+360+273+582}{21} = \frac{1899}{21}$$

≈ 90.4 km/h (à 0,1 km/h près).

b. La médiane des vitesses est de 82 km/h. Cela correspond à la case F1 et à 1 automobiliste contrôlé (case F2). Il doit donc y avoir autant d'automobilistes contrôlés au-dessus de la casse F2 qu'en dessus de la casse F2.

Comme il y a 7 + 4 + 3 + 6 = 20 automobilistes contrôlés au-dessus de la casse F2, il y a donc 20 automobilistes contrôlés en-dessous de la casse F2.

La valeur à entrer dans la case B1 est donc égale à 20 - 2 - 10 - 6 = 2.

La plus grande des vitesse est 97 km/h. L'étendue étant de 27 km/h, la plus petite des vitesses est donc égale à 97 - 27 = 70 km/h.

Les données manquantes dans la colonne B sont donc : B1 = 70 et B2 = 2

b. Il faut saisir le formule : = Somme(B2:J2)

Exercice IV

1

Comme la tour Eiffel est verticale (c'est-à-dire perpendiculaire au sol qui est représenté par [AB]), le triangle ABH est donc rectangle en B.

D'après le cours, dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle α est donnée par la formule :

$$tan\ \alpha = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté adjacent à } \alpha}$$

Ainsi :

$$tan\ \widehat{HAB} = \frac{BH}{AB} = \frac{324}{600} = 0.54$$

et :

$$\widehat{HAB} = Arctan(0.54) \approx 28°\text{(au degré près)}.$$

2

Leila et la tour Eiffel sont verticales (c'est-à-dire tous les deux perpendiculaires au sol qui est représenté par [AB]). Ainsi, le segment représentant Leila et [BH] sont parallèles.

Il est donc possible d'appliquer le théorème de Thalès. Cela donne la relation :

$$\frac{Hauteur\ de\ Leila}{BH} = \frac{AL}{AB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1.70}{324} = \frac{AL}{600}$$

$$\Leftrightarrow AL = \frac{1.70}{324} \times 600 \approx 3.15 \text{ cm (au centimètre près)}.$$

Leila doit donc se placer à 3,15 m du point A pour paraître aussi grande que la tour Eiffel sur sa photo.

Exercice V

1

a. Le Programme A donne avec 5 :
- Sur le chemin de droite :
  $5 \rightarrow 5 \times 4 = 20$
- Sur le chemin de gauche :
  $5 \rightarrow 5 - 2 = 3$ et $3 \rightarrow 3^2 = 9$
- Finalement : $20 + 9 = 29$

b. Le Programme B donne avec 5 :
- $5 \rightarrow 5^2 = 25$ et $25 \rightarrow 25 + 6 = 31$

2

Le Programme A donne avec x :
- Sur le chemin de droite :
  $x \rightarrow x \times 4 = 4x$
- Sur le chemin de gauche :
  $x \rightarrow x - 2$ et $x - 2 \rightarrow (x - 2)^2$
- Finalement : $4x + (x - 2)^2$
  $= 4x + x^2 - 4x + 4$
  $= x^2 + 4$

3

Le Programme B donne avec x :
- $x \rightarrow x^2$ et $x^2 \rightarrow x^2 + 6$

4

a. Pour x, le Programme B donne $x^2 + 6$ (voir question précédente).

Pour $\frac{2}{3}$, le programme B donne donc :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{4}{9} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{59}{9}$$

L'affirmation est donc vraie.

b. Un nombre entier peut être pair ou impair. Dans le cas où x est un nombre entier pair, x^2 est pair (car le carré d'un nombre pair est pair) et $x^2 + 6$ est pair (car 6 est un chiffre pair). Ainsi, L'affirmation est fausse.

c. Pour tout x, $x^2 + 6 > 6 > 0$. L'affirmation est donc vraie.

d. Pour x :
- le Programme A donne $x^2 + 4$
- le Programme B donne $x^2 + 6$

Si x est un nombre entier pair :
- x^2 est pair (car le carré d'un nombre pair est pair);
- $x^2 + 4$ est pair (car 4 est un chiffre pair);
- $x^2 + 6$ est pair (car 6 est un chiffre pair).

Si x est un nombre entier impair :
- x^2 est impair (car le carré d'un nombre impair est impair);
- $x^2 + 4$ est impair (car la somme d'un nombre pair et impair est impair);
- $x^2 + 6$ est impair (car la somme d'un nombre pair et impair est impair).

L'affirmation est donc vraie.

Exercice VI

1

a. Le graphique en ANNEXE 1.2 montre que la représentation du volume de jus de fruits dans le verre *A* cylindrique en fonction de la hauteur de jus de fruits correspond à une droite. Le volume est donc proportionnel à la hauteur dans le verre *A*.

b. La lecture graphique donne le résultat $V \approx 141$ cm^2.

c. La lecture graphique donne le résultat $h \approx 5.6$ cm.

2

- $V_A = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 10 \approx 283$ cm^3;

- $V_B = ⅓ \times \pi \times r^2 \times h = ⅓ \times \pi \times 5.2^2 \times 10$

≈ 283 cm^3.

Les deux verres ont donc le même volume total à 1 cm^3 près.

3

$V_A = \pi \times r^2 \times h$. Si le volume de jus V_A est égale à 200 cm^2, alors :

$200 = \pi \times r^2 \times h$

$$h = \frac{1000}{\pi \times r^2} = \frac{1000}{\pi \times 5.2^2} \approx 7 \text{ cm}$$

(au centimètre près).

4

a. Par lecture graphique, pour une hauteur de 8 cm :

- $V_A \approx 220$ cm^3;
- $V_B \approx 140$ cm^3.

Pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits, le restaurateur doit donc choisir le Verre conique *B*.

b. Pour $h = 8$ cm :

$V_A = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 3^2 \times 8 \approx 226$ cm^3.

De plus, d'apres le cours : 1 L = 1 dm^3 = 1000 cm^3

Comme $\frac{1000}{226} \approx 4.4$, avec un litre de jus, le restaurateur peut donc servir au maximum 4 verres cylindriques A.