

# Calcul littéral

NIVEAU 5ème

## I- INTRODUCTION

### 1) Rappels sur la multiplication et la commutativité

La multiplication est commutative

$$2 \times 3 = 3 \times 2$$

Plus généralement .

$$a \times b = b \times a$$

### 2) Rappels sur la multiplication et l'associativité

La multiplication est associative :

$$3 \times (7 \times 2) = (3 \times 7) \times 2 = 42$$

Plus généralement .

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = (a \times c) \times b$$

### 3) Rappels sur la multiplication et la distributivité

Considérons le calcul numérique suivant :

$$3 \times (7 + 2)$$

Le calcul de  $3 ( 7 + 2 )$  peut se faire de 2 façons.

#### a) 1ère méthode pour résoudre ce calcul : Respecter les règles de priorités

#### **PRIORITÉS OPÉRATOIRES : REGLES**

(1) EN PREMIER LES PARENTHÈSES :

donc ici il faut d'abord calculer ce qui se trouve entre parenthèses, c'est-à-dire faire la

somme des chiffres 7 et 2

$$(7+2)=9$$

(2) PUIS LES MULTIPLICATIONS ET LES DIVISIONS :

$$3 \times 9 = 27$$

(3) ENFIN LES ADDITIONS ET LES SOUSTRATIONS  
EN LISANT DE GAUCHE À DROITE

**b) 2ème méthode pour résoudre ce calcul : Utiliser les règles de la distributivité**

### **DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION : REGLES**

(1) DISTRIBUTIVITE PAR RAPPORT A L'ADDITION

Pour résoudre notre calcul ci dessus, il faut donc ici multiplier par 3 chaque terme de la somme situé entre parenthèses :

$$\begin{aligned} & 3 \times (7+2) \\ & = (3 \times 7) + (3 \times 2) \\ & = 21 + 6 \\ & = 27 \end{aligned}$$

(2) DISTRIBUTIVITE PAR RAPPORT A LA SOUSTRACTION

Évidemment la multiplication est aussi distributive par rapport à la soustraction.

Exemple

$$\begin{aligned} & 3 \times (7-2) \\ & = (3 \times 7) - (3 \times 2) \\ & = 21 - 6 \\ & = 15 \end{aligned}$$

Conclusion : la Multiplication est distributive par rapport à l'addition et la soustraction.

Plus généralement .

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

#### 4) Introduction au calcul littéral

Le calcul littéral est un calcul avec des lettres et des nombres. Les lettres représentent des nombres inconnus. En combinant des nombres inconnus avec des nombres connus on obtient des expressions littérales.

##### Exemples

$$A = 3 \times (a + 2)$$

$$B = 3 \times (a + 2 + b)$$

$$C = 2 \times (4 + 3 + x)$$

Question : Comment calculer ces expressions littérales ?

Réponse : Pour calculer une expression littérale, on utilise les règles de **distributivité**, de **commutativité** et d'**associativité** de la **multiplication** par rapport à l'addition et la soustraction pour simplifier l'écriture d'un calcul littéral, c'est-à-dire la réduire, l'ordonner, la développer ou la factoriser

##### a) Calcul littéral et distributivité simple

On distribue (en multipliant) le k sur a, b et c en respectant la règle des signes.

$$k ( a + b ) = ka + kb$$

On distribue (en multipliant) le k sur a, b et c en respectant la règle des signes.

$$k ( a + b - c ) = ka + kb - kc$$

##### Application au calcul de l'exemple (A)

$$A = 3 \times (a + 2)$$

$$A = 3a + 6$$

##### Application au calcul de l'exemple (B)

$$B = 3 \times (a + 2 + b)$$

$$B = 3 \times a + 3 \times 2 + 3 \times b$$

$$B = 3a + 6 + 3b$$

## Application avec l'exemple (C)

$$C = 2 \times (3 + 4 + x)$$

$$C = 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times x$$

$$C = 6 + 8 + 2x$$

$$C = 14 + 2x$$

## NIVEAU 4ème

### b) Calcul littéral et double distributivité

Quels que soient les nombres a, b, c et d, on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

On distribue (en multipliant) le a sur c et d, puis le b sur c et d en respectant la règle des signes.

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

On distribue (en multipliant) le a sur c et -d, puis le -b sur c et -d en respectant la règle des signes.

#### Attention

Ne pas oublier en développant d'utiliser la règle des signes et de réduire ensuite l'écriture obtenue.

#### Exemples

$$D = (x + 5)(x + 2)$$

$$D = x \times x + x \times 2 + 5 \times x + 5 \times 2$$

$$D = xy + 2x + 5x + 10$$

$$D = x^2 + 7x + 10$$

## NIVEAU 3ème

## II – DÉVELOPPEMENT, FACTORISATION ET REDUCTION

### 1) Développement d'un calcul littéral

Développer un calcul littéral consiste à transformer un produit en somme (ou différence) de deux ou plusieurs termes.

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

Développer c'est simplifier une expression littérale

- en supprimant les parenthèses
- en rangeant les termes suivants les puissances (dé)croissantes et suivant l'ordre alphabétique.

Exemple :

$$E = (2x - 4) \times (5x + 3)$$

$$E = 2x \times 5x + 2x \times 3 - 4 \times 5x - 4 \times 3$$

$$E = 10x^2 + 6x - 20x - 12$$

$$E = 10x^2 - 14x - 12$$

## 2) Factorisation d'un calcul littéral

Factoriser une somme consiste à transformer une somme en un produit de deux ou plusieurs facteurs.

$$ab + ac = a(b + c)$$

Factoriser une expression est donc le contraire du développement d'une expression.  
Méthode : Pour factoriser une expression on cherche le facteur commun.

Exemple 1 :

$$F = 4x + 12$$

$$F = 4 \times x + 4 \times 3$$

$$F = 4 \times (x + 3)$$

$$F = 4(x + 3)$$

Exemple 2 :

$$G = (7x - 3)(4x - 7) + (7x - 3)(x + 2)$$

$$G = (7x - 3) \times [(4x - 7) + (x + 2)]$$

$$G = (7x - 3)[(4x - 7) + (x + 2)]$$

$$G = (7x - 3)(5x - 5)$$

### 3) Réduction d'un calcul littéral

Réduire une expression littérale, c'est rassembler les termes de même nature.

## III - APPLICATIONS

### 1) Application au calcul mental

La distributivité permet de faciliter le calcul d'une multiplication ou une division. En effet, c'est cette propriété que l'on utilise pour multiplier des nombres de plus de 1 chiffre, par exemple dans la multiplication posée.

#### Exemples

$$A = 8 \times 102 = 8 \times (100 + 2) = 8 \times 100 + 8 \times 2 = 800 + 16 = 816$$

$$B = 12 \times 53 = (10 + 2) \times 53 = 10 \times 53 + 2 \times 53 = 530 + 106 = 636$$

### 2) Application à l'écriture de formule

Tout programme de calcul peut s'écrire par un calcul littéral. Et réciproquement, tout calcul littéral peut se traduire par un programme de calcul.

#### Exemples

- 1) Je choisis un nombre
- 2) Je le multiplie par 6
- 3) Je soustrais 3 au produit obtenu
- 4) Je multiplie la différence obtenue par 4

L'expression littérale associée à ce programme est

$$(6x - 3) \times 4$$